APRIL/MAY 2025

FMA41/CMA41 — VECTOR ANALYSIS AND FOURIER SERIES

Time : Three hours   Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

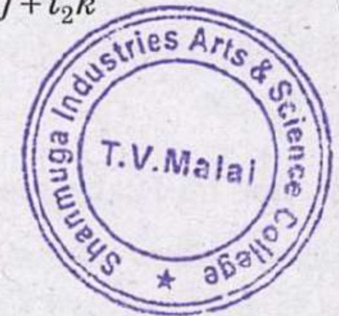
Answer ALL questions.

1. Define derivative of a vector function.

   வெக்டர் சார்பின் வகையீட்டை வரையறு.

2. If $r(t_1,t_2) = a\cos t_1 i + a\sin t_1 j + t_2 k$ then find $\frac{\partial r}{\partial t_1}, \frac{\partial r}{\partial t_2}$.

   $r(t_1,t_2) = a\cos t_1 i + a\sin t_1 j + t_2 k$ எனில் $\frac{\partial r}{\partial t_1}, \frac{\partial r}{\partial t_2}$ யைக் காண்க.



3. Define divergence of V.

   V யின் பாய்வை வரையறு.

4. If $r = xi + yj + zk$ then prove that $curl r = 0$.

$r = xi + yj + zk$ எனில் $curl r = 0$ என நிரூபி.

5. Define line integral.

கோட்டுத் தொகையை வரையறு.

6. Define Piecewise Smooth Curve.

துண்டுதுண்டான வழவழப்பான வளைவரை (Piecewise Smooth Curve) வரையறு.

7. State Stoke's theorem.

ஸ்டோக்கின் தேற்றத்தை எழுதுக.

8. Define laplace equation.

லாப்லாஸ் சமன்பாட்டை வரையறு.

9. Define odd and even function with example.

ஒற்றை மற்றும் இரட்டை சார்பை உதாரணத்துடன் வரையறு.

10. Define half rang cosine and half rang sine series.

அரை வீச்சு கொசைன் மற்றும் அரைவீச்சு சைன் பூரியரின் தொடரை வரையறு.



18. Evaluate $\iiint_R (y^2 + z^2) dx\,dy\,dz$. Where R be the cube $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ $0 \le z \le 1$.

$\iiint_R (y^2 + z^2) dx\,dy\,dz$ யை மதிப்பிடுக இங்கு R என்பது $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ $0 \le z \le 1$ என்ற கனசதுரத்தை குறிக்கும்.

19. Verity Green's theorem in the plane $\int_C (x^2 - 2xy) dx + (x^3 y + 1) dy$ where C is the boundary given by $y^2 = 8x$ and $x = 2$.

$\int_C (x^2 - 2xy) dx + (x^3 y + 1) dy$ என்ற சார்புக்கு கீரினின் தேற்றத்தை சரிபார். இங்கு C என்பது $y^2 = 8x$ மற்றும் $x = 2$ ஆல் அடைபடும் பகுதியாகும்.

20. Find the Fourier series for $f(x) = x^2$ in the interval $-\pi < x < \pi$.

$f(x) = x^2$ என்ற சார்பிற்கான பூரியர் தொடரை $-\pi < x < \pi$ என்ற இடைவெளியில் காண்க.

---

15. (a) Obtain Fourier series for the function $f(x)=\begin{cases}-k & \text{when } -\pi<x<0\\ k & \text{when } 0<x<\pi\end{cases}$.

$f(x)=\begin{cases}-k & \text{when } -\pi<x<0\\ k & \text{when } 0<x<\pi\end{cases}$ என்ற சார்பிற்கு பூரியர் சார்பை காண்க.

Or

(b) Find the Fourier cosine for the function $f(t)=t^2$, $0<t<l$.

$f(t)=t^2$ என்ற சார்பிற்கு $0<t<l$ இடைவெளியில் பூரியர் கொசைன் சார்பை காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Find the velocity and acceleration of $r(t)=(2\cos t+\cos 2t, 2\sin t-\sin 2t)$ at $t=\pi/2$.

$r(t)=(2\cos t+\cos 2t, 2\sin t-\sin 2t)$ ன் திசைவேகம் மற்றும் முடுக்கத்தை $t=\pi/2$ ல் காண்க.

17. Prove that $V=(y^2-z^2+3yz-2x)i+(3xz+2xy)j+(3xy-2xz+2z)k$ is irrotational and solenoidal.

$V=(y^2-z^2+3yz-2x)i+(3xz+2xy)j+(3xy-2xz+2z)k$ என்பது பாய்வற்றது மற்றும் சுழற்சி அற்றது என நிரூபி.



SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Find the tangent to the ellipse $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ at the point $P\left(\sqrt{2},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

$\frac{x^2}{4}+y^2=1$ என்ற நீள்வட்டத்திற்கான தொடுகோட்டை (tangent) $P\left(\sqrt{2},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ என்ற புள்ளியில் காண்க.

Or

(b) If $f=9x^2+4y^2$ then find ∇f at $(2,-2,2)$.

$f=9x^2+4y^2$ எனில் ∇f ன் மதிப்பை $(2,-2,2)$ என்ற புள்ளியில் காண்க.

12. (a) Find the directional derivative of $f(x,y,z)=2x^2+3y^2+z^2$ at $P(2,1,3)$ in the direction of $a=[1,0,-2]$.

$f(x,y,z)=2x^2+3y^2+z^2$ என்ற சார்பின் திசைவகைக்கெழுவை $a=[1,0,-2]$ திசையில் மற்றும் $P(2,1,3)$ என்ற புள்ளியில் காண்க.

Or

(b) Prove that $div(fv) = f\, div v + v \cdot \nabla f$.

$div(fv) = f\, div v + v \cdot \nabla f$ என நிரூபி.

13. (a) Evaluate $\int_C xy^3 dx$. Where C is the segment of the line $y = 2x$ in the xy-plane from $A(-1,-2,0)$ to $B(1,2,0)$.

$\int_C xy^3 dx$ யை மதிப்பிடுக. இங்கு C என்பது xy தளத்தில் $y = 2x$ என்ற நேர்கோட்டில் $A(-1,-2,0)$ விலிருந்து $B(1,2,0)$ வரையிலான நேர்க்கோட்டு துண்டாகும்.

Or

(b) Evaluate $\iint_C F \cdot n\, ds$. Where $F = 4xzi - y^2 j + yzk$ and S is the surface of the cube bounded by $x = 0$, $x = 1$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 1$.

$\iint_C F \cdot n\, ds$ யை மதிப்பிடுக. இங்கு $F = 4xzi - y^2 j + yzk$ மற்றும் S என்பது $x = 0$, $x = 1$, $y = 1$, $z = 0$, $z = 1$ என்பவைகளால் அடைபடும் கனசதுர பரப்பை குறிக்கும்.



14. (a) Using gauss divergence theorem. Evaluate $\iint_S \left(x^2 dy\, dz + y^2 dz\, dx + z^2 dz\, dy\right)$, S be the surface of the cube $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ $0 \le z \le 1$.

காஸின் பாய்வு தேற்றத்தை பயன்படுத்தி, $\iint_S \left(x^2 dy\, dz + y^2 dz\, dx + z^2 dz\, dy\right)$யை கணக்கிடுக. இங்கு S என்பது $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$ $0 \le z \le 1$ என்பவற்றால் அடைபடும் கனசதுரம் ஆகும்.

Or

(b) Evaluate $\iint_S (curl\, v)_n\, dA$. Where $V = zi + xj$, S be the square $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$, $z = 1$. (By direct integration)

$\iint_S (curl\, v)_n\, dA$ யை மதிப்பிடுக. இங்கு $V = zi + xj$ மற்றும் S என்பது $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 1$, $z = 1$ என்பவைகளால் அமையும் சதுரமாகும். (நேரடி தொகையிடல் மூலம்)